

FOGLIO ESERCIZI 1

Esercizio 1. Per ciascuna delle seguenti funzioni $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ (dove \mathbb{N} denota l'insieme dei numeri naturali),

(1) $f(n) = 3n$;

(2) $f(n) = n + 2$;

(3) $f(x) = \begin{cases} n/2 & \text{se } n \text{ è pari} \\ (n-1)/2 & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases}$

svolgere i seguenti punti.

- Stabilire se f è iniettiva.
- Stabilire se f è suriettiva.
- Stabilire se f è una corrispondenza biunivoca.
- Determinare $f^{-1}(\{1\})$.
- Determinare $f^{-1}(\{1, 2\})$.

Esercizio 2. Per ciascuna delle seguenti funzioni $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, (dove \mathbb{R} denota l'insieme dei numeri reali)

(1) $g(x) = 3x$;

(2) $g(x) = 2x + 1$;

(3) $g(x) = x^4$;

(4) $g(x) = |x|$ (si ricorda che la funzione valore assoluto è definita da $|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$);

(5) $g(x) = \sqrt[3]{x}$

(6) $g(x) = \cos(x)$.

svolgere i seguenti punti.

- Stabilire se g è iniettiva.
- Stabilire se g è suriettiva.
- Stabilire se g è una corrispondenza biunivoca, e in tal caso trovare la funzione inversa.
- Determinare $g^{-1}(\{1\})$.
- Determinare $g^{-1}(\{1, 16\})$.

Esercizio 3. Per ciascuna delle seguenti funzioni $F : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$,

(1) $F(x, y) = (2x, 3y)$;

(2) $F(x, y) = (2x, 0)$;

(3) $F(x, y) = (y, x)$.

svolgere i seguenti punti.

- Stabilire se F è iniettiva.
- Stabilire se F è suriettiva.
- Stabilire se F è una corrispondenza biunivoca, e in tal caso trovare la funzione inversa.
- Determinare $F^{-1}(\{(6, 6)\})$.
- Determinare $F^{-1}(\{(x, y) : y = 0\})$.

Esercizio 4. Trovare le radici dei seguenti polinomi, e determinare una scomposizione in fattori primi.

(1) $x^2 - 5x + 4$;

(2) $x^3 + x^2 - x - 1$;

(3) $x^4 - 2x^2 + 1$;

(4) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.